

Probabilidades y Estadística (C)**Ejercicio 1**

Sea X la cantidad de yogur (en ml) que una máquina envasadora coloca en cada pote. La máquina se ajusta para que la media de yogur envasado en cada pote sea de 200 ml. Para determinar si la máquina está operando correctamente se toma una muestra de 25 potes y se testea la hipótesis

$$H_0: \mu = 200 \quad vs \quad H_1: \mu \neq 200$$

Se sabe que la variable aleatoria X sigue una distribución normal.

- Plantear un test de nivel $\alpha = 0.05$ para estas hipótesis.
- Si en la muestra de 30 potes se obtuvo $\bar{x} = 206$ y $s = 11.8$, ¿cuál sería la conclusión a nivel $\alpha = 0.05$?
- Calcular el p-valor.

Ejercicio 2

El peso de las latas de cierto producto, en onzas, sigue una distribución normal. Se tomaron 12 latas y se obtuvieron los siguientes pesos

11.9 12.3 12.6 11.8 12.1 11.5 12.7 11.3 11.9 12.0 11.8 12.1

La variación estándar especificada es de $\frac{1}{2}$ onza. ¿Se cumple esta especificación? Responder con un nivel de significación del 1% realizando una prueba bilateral.

Ejercicio 3

Para estudiar la precisión de un calibre robótico para medir pequeñas longitudes, se utiliza una varilla de metal altamente resistente a cambios de temperatura, presión y otras acciones externas, cuya longitud permanece constante en 2 cm. Se toman 16 mediciones, que varían por diferentes motivos, siguiendo una distribución $N(2; \sigma^2)$. Estas mediciones arrojan el valor $\sum_{i=1}^{16} (x_i - 2)^2 = 0.05$.

Un proceso de control de calidad plantea que cada calibre, según el modelo en cuestión, que la dispersión máxima de las mediciones está dada por un valor σ_0 .

- Plantear las hipótesis correspondientes a este planteo, un estadístico para la prueba, su distribución bajo H_0 y la regla de decisión del test.
- Si el fabricante del instrumento asegura que las mediciones se hacen con un desvío estándar máximo de $\sigma = 0.03$, ¿puede sostenerse dicha afirmación con un nivel α del 5%?
- *Si el verdadero valor es $\sigma = 0.04$ cm, ¿cuál es la probabilidad de detectar que la afirmación del fabricante no es cierta?

Sugerencia: observar que

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - 2)^2}{\sigma_1^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - 2)^2}{\sigma_0^2} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2}$$

- **Hallar la curva de potencia para el caso de hipótesis alternativa bilateral, graficarla en R y verificar que la mínima potencia no coincide con σ_0^2 si α se reparte por mitades entre las dos colas.